Всероссийская олимпиада школьников по математике,

муниципальный этап, 2020 г

7 класс

1. В ряд записаны 11 единиц. Поставьте между некоторыми единицами знаки сложения, вычитания, умножения или скобки так, чтобы результат полученных действий был равен 2020 (также можно ставить скобки в начале и в конце выражения).

Ответ: например, $(11-1)\cdot(1+1)\cdot(111-11+1)$.

Комментарий. Возможны и другие примеры.

---

2. На Острове Пиратов используют две валюты – пиастры и дублоны. Если пират захочет купить попугая и заплатит 20 пиастров, то ему дадут попугая и 4 дублона сдачи. Если же пират заплатит 15 пиастров, то ему дадут попугая и 1 дублон сдачи. Сколько пиастров сдачи получит пират, если заплатит за попугая 14 дублонов?

Ответ: 10.

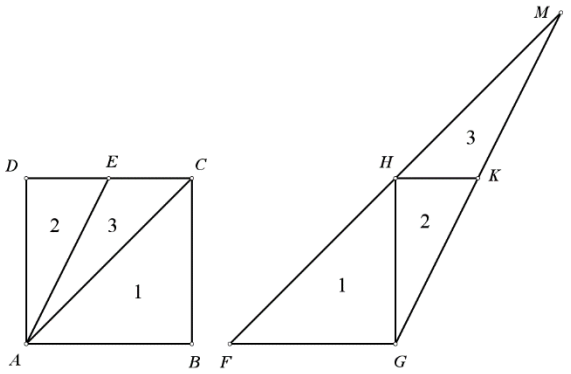
Решение. Так как 15 пиастров имеют такую же ценность, как попугай и 1 дублон, и так как при добавлении 5 пиастров ценность увеличивается на 3 дублона, то обменный курс валют – 5 пиастров за 3 дублона. Значит, 15 пиастров равноценны 9 дублонам и равноценны попугаю и 1 дублону, следовательно, попугай стоит 8 дублонов. Таким образом, заплатив за попугая 14 дублонов, пират должен получить 6 дублонов сдачи, что соответствует 10 пиастрам.

---

3. Разрежьте квадрат на 3 треугольника так, чтобы из них можно было составить тупоугольный треугольник без зазоров и наложений.

Ответ: один из вариантов разрезания показан на рисунке.

Решение. На рисунке точка E – середина CD. Составление тупоугольного треугольника возможно, так как $BC=AD$, $CE=DE$, $\angle ACB+\angle ADE+\angle ACE=180°$ и $\angle AED+\angle AEC=180°$.



---

4. В школьный математический кружок записались 16 человек из трёх классов: 7А, 7Б и 7В. Когда учитель спросил каждого из них, сколько его одноклассников записались в кружок, он услышал ответы 1, 2, 3, 4, 5 и 6 (ответы могли повторяться). Оказалось, что мальчики подумали, будто их спросили об одноклассниках-мальчиках, и назвали их количество. Зато девочки правильно указали количество всех записавшихся одноклассников. Сколько девочек записались в кружок? *Школьники не считают самих себя своими одноклассниками.*

Ответ: 5.

Решение. Заметим, что все мальчики из одного класса давали одинаковые ответы и все девочки из одного класса также давали одинаковые ответы, следовательно, из шести названных чисел три числа – ответы мальчиков и ещё три – ответы девочек. Пусть числа M_1, M_2, M_3 – ответы мальчиков, D_1, D_2,

D_3 – ответы девочек. Заметим, что каждая девочка назвала количество записавшихся учеников своего класса, уменьшенное на 1. Поэтому $D_1+D_2+D_3$ – количество всех записавшихся учеников, уменьшенное на 3, т.е. $D_1+D_2+D_3 = 16 - 3 = 13$. Поскольку сумма всех названных различных чисел равна $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$, то $M_1 + M_2 + M_3 = 21 - (D_1+D_2+D_3) = 21 - 13 = 8$. Так как каждый мальчик назвал количество записавшихся мальчиков своего класса, уменьшенное на 1, то $M_1 + M_2 + M_3$ – количество всех записавшихся мальчиков, уменьшенное на 3. Следовательно, количество записавшихся мальчиков равно $M_1 + M_2 + M_3 + 3 = 8 + 3 = 11$. Тогда количество записавшихся девочек равно $16 - 11 = 5$.

---

5. Петя и Вася играют в такую игру. Они по очереди пишут на доске в ряд слева направо по одной ненулевой цифре, чтобы выполнялись следующие условия: первая цифра любая, а каждая следующая образует с предыдущей написанной цифрой двузначное **простое** число, причём это простое число не должно было встречаться ранее. Например, запись 31737 после пятого хода возможна (числа 31, 17, 73, 37 – простые), а запись 31731 – невозможна (31 встретилось 2 раза). Проигрывает тот, кто не сможет сделать очередной ход. Кто выиграет при правильной игре, если первым ходит Петя?

Ответ: Петя.

Решение. Чтобы выиграть, Пете достаточно первым ходом написать 9. Тогда Вася сможет написать своим ходом только 7, поскольку числа 91, 92, 93, 94, 95, 96, 98, 99 – составные, и только 97 – простое. Следующим ходом Петя снова должен написать 9. Он сможет это сделать, так как 79 – простое число. Тогда Вася не сможет сделать следующий ход, так как единственное простое двузначное число, начинающееся с цифры 9, уже встретилось ранее (97); значит, победит Петя.

Возможны и другие выигрышные стратегии для Пети.